

私の独り言 乱流の自己組織化と異常拡散への影響

大阪大学名誉教授

長谷川 晃

要旨：今回は少し趣を変え、6月の欧州物理学会で当学三間名誉教授らと授賞したアルフヴェン賞の内容を基にした科学的な内容の記事にしたい。今までこの雑誌を少しでも面白いものにしたと思い、堅苦しい科学や工学のテーマを敢えて避けて来たが、今回は科学の話をしたい。といっても内容は一見科学的常識に反するようなもので、この意味で読者の科学的好奇心を沸き立たせるものになればと思っている。内容は流体・気体・プラズマなどの連続体の乱流に関するもので、乱流がある条件の下では、統計力学の等分配法則に従わず、自己組織化し、異常拡散を抑えると言うものである。これは、いわば「毒を以て毒を制する」ようなもので、一見エントロピー増大の法則に反するような現象ではあるが、そうではないことも説明する。

1. 木星大気の流れと帯状流

まず図1の木星大気の流れ模様を見ていただきたい。図1はNASAの宇宙探査機 voyager が撮影した木星表面の写真である。大気に赤みを帯びた着色があるのは、木星の小さな衛星 Io の活火山が吹き出す硫黄を含むガスが蓄積しているからだ。木星の自転軸は観測データの結果右斜めに傾いていて、北極は右斜め上方に見える。図1で明らかなのは東西方向の縞模様であり、また、有名な大赤斑が右下に見える。

東西方向の縞模様は流れの速度が交互に変化している帯状流の現れである。東西方向に流れている帯状の流れの風速は極めて大きく、赤道付近では秒速100メートル、その他の緯度でも50メートルを超える早さを持っている。木星の体積の殆どは気体で出来ていて、重力で収縮している事から非常に大きな自己エネルギー源（ポテンシャルエネルギー）を持ち、このエネルギーがこうした大きな大気の流れを作っていると考えられている。地球に比べ表面温度は低いので秒速100メートルというのは殆ど音速に近く、この結果こ

うした大気の流れは乱流状態にあると考えられる。つまり木星の表面では、至る所地球上の台風に相当する風が吹き捲っていると考えて良い。

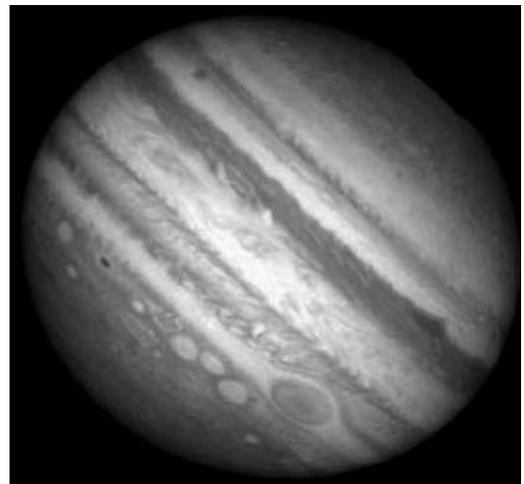


図1 木星大気の流れ模様と大赤斑

こうした乱流状態にある木星大気が、比較的整った形状を持つ東西方向の縞模様を見せる帯状の流れを維持しているのはどうしてだろう。これはKolmogorovの乱流理論で記述される等方的な $k^{-5/3}$ のスペクトルを持つわけでもなく、統計力学の等分配法則を持つわけでもない。更に興味あることは右下にある大赤斑が、Galileoがこれを発見してから現在に至るまで、南北方向に全く移動してないことである。ちなみに、大赤斑は高気圧の渦、周りの白色の渦は低気圧の渦である。周知の通り地上で発生する台風やハリケーン（低気圧の渦）は、成長しながら北方向に移動し多くの被害をもたらす。これに対し木星の台風は緯度方向には移動しない。どうもこれは大きな東西方向の帯状流が起因しているようである。高気圧の渦も低気圧の渦も帯状流が邪魔して緯度方向には移動出来ないように見える。地球上でもこういうことが起こると台風は日本にやっとなってなくなり、我々は随分助かることになるが、これには台風程度の大きさの東西方向の帯状流が必要

で、これでは台風は来なくても常時台風が吹いているようなものだからあまり有り難くはない。

木星の大気に見られるように“強度な乱流状態にある惑星表面の大気（流体）は自己組織化し、その結果安定な東西方向の流れ、帯状流が発生し、さらにその結果、渦が帯状流に閉じ込められてこれと垂直方向（南北方向）に移動出来ない”という事実が存在する。

今回の独り言は、こうした乱流の自己組織化が磁場中プラズマにも発生し、これがプラズマの乱流拡散を低減するという話をしたい。

2. 非圧縮性二次元流体の特異性

流体の自己組織化を理解する為、よく知られている流体の運動方程式を用いて、先ず二次元の非圧縮性流体の動きを紹介しよう。非圧縮性流体とは速度場ベクトル \mathbf{v} の発散がゼロ、即ち

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

の性質を持つ流体である。この場合流体密度 ρ の保存式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \rho = 0 \quad (1')$$

と書け、流体密度は流線に沿って変化しなくなるため、流体は非圧縮性を持つ事になる。

ちなみに、これは流体の状態を表す式で、流体本来の性質を表す式ではないことを断っておかねばならない。例えば、空気などは圧縮され易いので非圧縮性とは言えないし、水などは圧縮出来ないように見えるので非圧縮性かというとも必ずしもそうではない。そうではなくて、水でも空気でも動きがゆっくりしている場合は非圧縮性と考えられる。具体的な例で言えば、縦波の音波は流体が圧縮されて伝わるので、音波のような早い現象では水でも空気でも圧縮性を持つと考えねばならないが、水や空気のゆっくりした流れを考えると時には非圧縮性を仮定してもいい。この上で流体の運動方程式を導こう。重力場が存在しないと中性流体に働く力は圧力の勾配だけであるので、流体の粘性を無視すると、その運動方程式はよく知られている、至って簡単な式

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (2)$$

で表される。流体が非圧縮性を持っていると、流体の密度 ρ と圧力 p を結びつける状態方程式は不要になり、(1) と (2) で完全に流体の振る舞いを表すことが出来る。非圧縮性流体のダイナミクスをきめる重要な物理量は渦度 $\Omega = \nabla \times \mathbf{v}$ である。

さて、ここで二次元流体の場合を考えよう。流れの存在する面を $x - y$ 空間にとると、(1) を満たす速度場は流線を表すスカラー場 ϕ を用いて

$$\mathbf{v} = \nabla \times \phi \hat{\mathbf{z}} = \nabla \phi \times \hat{\mathbf{z}} \quad (3)$$

で表す事が出来る。この場合、渦度は

$$\Omega = \nabla \times \mathbf{v} = \nabla^2 \phi \hat{\mathbf{z}} \quad (4)$$

と書ける。ここには二次元のオペレータ

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} \quad (5)$$

を表す。(3) 式から、流体は $\phi = \text{一定}$ の等高線の上を動く。渦度 Ω の時間発展を記述する方程式は運動方程式 (1) の Curl をとることで得られる。二次元性の仮定から渦ベクトル方向 (z 方向) の微分がゼロ、また渦の発散も速度場の発散もゼロであることを用いると (2) 式 of 非線形項は、ベクトル公式を用いて

$$\begin{aligned} \nabla \times [(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}] &= \nabla \times \left[\frac{1}{2} \nabla (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) - \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v}) \right] \\ &= -\nabla \times (\mathbf{v} \times \Omega) = (\mathbf{v} \cdot \nabla) \Omega \end{aligned} \quad (6)$$

と書けるから、2次元の渦度の時間発展式は (3) 式と共に

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{\partial \Omega}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \Omega = 0 \quad (7)$$

で与えられる。(7) 式は二次元流体では渦度が流線に沿って保存されることを表す。実際、式 (1) と (7) を用いると全エネルギー

$$W = \frac{1}{2} \int v^2 dV = \frac{1}{2} \int (\nabla \phi)^2 dV \quad (8)$$

及びエンストロフィー (enstrophy で entropy でないことに注意) と呼ばれる渦度の自乗

$$U = \frac{1}{2} \int (\nabla^2 \phi)^2 dV \quad (9)$$

の2つの物理量が保存されることが分かる。つまり、二次元流体ではエネルギー以外に渦度に関する保存

量、エンストロフィーが存在するのだ。こうした2つの保存量の存在が、前述の乱流の自己組織化に大きく関わって来ることになる。

先ず、こうしたエネルギー以外に保存量を持つ系で、よく知られているボルツマン統計がどうなるかを調べてみよう。

二次元流体の乱流スペクトルを調べる為に、流線のスカラー場 $\phi(x, y)$ をフーリエ変換した $\phi(k)$ を導入しよう。この場合、エンストロフィーのスペクトル $U(k)$ は $k^2 E(k)$ とかける。Boltzmann 統計でエントロピーを最大にする二次元流体のスペクトル分布関数はエネルギーとエンストロフィーの2つの量を一定にしてエントロピーを最大にする偏分を取るにより求まる。

$$\delta \int f(k) [\ln f(k) - \lambda_1 E(k) - \lambda_2 U(k)] dk = 0 \quad (10)$$

ここに λ はラグランジュの係数である。 $U(k) = k^2 E(k)$ を用いるとエントロピーが最大となるエネルギー分布関数 $f(E)$ は (10) 式から

$$f(E) \sim \exp\left[-\lambda_1 E(1 + \lambda_2 k^2 / \lambda_1)\right] \quad (11)$$

で与えられる。(11) 式は、もしエンストロフィーの保存がなければ $\lambda_2 = 0$ となり、また、 $\lambda_1 = 1 / k_B T$ (k_B はボルツマン係数) と取ることによりよく知られているボルツマン統計

$$f(E) \sim \exp(-E / k_B T) \quad (12)$$

を与える。周知の通り、(12) 式は各モードのエネルギーの平均値が $k_B T$ (=一定) となる所謂熱平衡状態での等分配法則を与える。しかしながら、系全体でエンストロフィーなる量も保存されると (11) 式から等分配法則は破れるのみならず、もし $\lambda_2 / \lambda_1 < 0$ であれば、大変奇妙なことに等価的な温度が負になり得るという結果を与える。もっとも実際には、流体が散逸性を持つためミクロに見てエネルギーもエンストロフィーも保存されるわけではなく、以上の論理は成り立つわけではない。しかし、上記の議論はこのようにエネルギー以外の保存量を持つ系では異常な現象が起こりうることを示唆している。

それでは散逸性を考慮すると二次元流体の乱流はどのような特異性を持つのかを考えよう。流体の粘性に

よる散逸性を考慮すると流線関数 ϕ に対する運動方程式は、(3)、(7) 式に粘性項を加えて

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi - (\nabla \phi \times \hat{z}) \cdot \nabla (\nabla^2 \phi) - \mu \nabla^4 \phi = 0 \quad (13)$$

で表される。ここに μ は粘性係数を表す。

(13) 式は二次元の Navier-Stokes 方程式と呼ばれるものである。この式で、粘性項が非線形項に比べて充分小さいと (こうした状態を Reynolds 数が大きい状態という)、極めて小さい振幅の場に対してもこの方程式は非線形である為、数学的に解くことは出来ず、この式で表される流体は通常乱流状態になると考えられる。

流体の乱流スペクトルを表すのによく知られているのが Kolmogorov スペクトルである。これは以下の方法で求められる。流体に注入されるエネルギーの入力源が波数ベクトルの十分小さい場所に存在し、結果、粘性によってエネルギーの散逸が起こる波数ベクトルから充分離れているとすると、エネルギースペクトルは波数空間を散逸せずに波数の大きな方向にスムーズに移動し、最終的には粘性によって散逸するはずである。こうして、散逸する割合よりスペクトルの輸送の割合が大きく作用する波数領域でのスペクトルを慣性領域 (Inertial Range) のスペクトルといい、このスペクトルを初めて導入した Kolmogorov の名にちなんで Kolmogorov の乱流スペクトルという。ここで、先ず Kolmogorov の乱流スペクトルを復習しておこう。スペクトルの波数空間での輸送を司るのは運動方程式の非線形項 (対流項と呼ばれる) $v \cdot \nabla$ である。この項は波数空間では $ik \cdot v$ となることを考慮し、まずよく知られている三次元流体の場合を考えよう。この場合、等方的なエネルギースペクトル密度 $W(k)$ は $\int W(k) dk$ が全エネルギーを与えることを考えると、流体速度のフーリエ振幅を v_k と書くと $W(k)$ は $v_k^2 k$ のディメンジョンを持つ。スペクトルの波数空間での輸送速度を $\rho k v^3 k = \varepsilon (= const.)$ と書くと、エネルギースペクトル密度は

$$W(k) = C \left(\frac{\varepsilon}{\rho} \right)^{2/3} k^{-5/3} \quad (14)$$

となる、ここに ρ は流体の質量密度を表す。(14) 式が三次元流体の乱流のスペクトルを表す有名な

Kolmogorov スペクトル (Kolmogorov 1941) である。さて、同じ考えを二次元流体の乱流に適用してみるとどうなるだろう。二次元流体では保存量がエネルギー以外にもう1つ存在し、これがエンストロフィーである。このため Kolmogorov スペクトルはこれら2つの物理量について定義出来る。エンストロフィーの慣性領域ではエンストロフィー、 $k^2 v_k^2$ が非線形項、 kv_k によって輸送されると考えると、前述と同様の考えを適用して、この領域でのエネルギー・スペクトルは

$$W(k) = W(k) = C' \left(\frac{\epsilon'}{\rho} \right)^{2/3} k^{-3} \quad (15)$$

となる。一方エネルギーの慣性領域では、スペクトルは3次元乱流と同様 (14) 式で与えられる。同じ波数領域で二つのエネルギー・スペクトルが共存出来るはずはない。それではどちらのスペクトルが正しいのだろうか。

エンストロフィーのスペクトルはエネルギー・スペクトルに比べ k^2 だけ波数依存性が大きいから、粘性による散逸を受けやすい。したがってエンストロフィー・スペクトルの輸送は波数の大きい方向に向くはずである。つまりエネルギー源の存在する波数より大きい波数領域での二次元流体の Kolmogorov スペクトルは (15) により、 k^{-3} に従うと考えるべきである。この場合エネルギーの波数空間での輸送は起こらない。その結果エネルギー源の存在する波数より小さい側の波数領域でのスペクトルは (14) 式に従って $k^{-5/3}$ になり、この場合のエネルギー・スペクトルの k 空間での輸送は波数の小さい方向に向かうと考えねばならなくなる。

エネルギー・スペクトルが波数の小さい方向に輸送されるということは乱流の形状がスケールの大きなものに変化していくことを表す。三次元乱流ではエネルギー・スペクトルは波数の大きい方向に流れ、粘性で散逸し、同時に乱流の形状はスケールの細かなものに変化していくが、二次元乱流ではその逆で、乱流のエネルギーは波数の小さな方向に輸送され、大きな形状の乱流 (流線が大きくなる) を作る、即ち、乱流の形が整ったものに移行していくことを示唆しているのだ。このような現象を乱流の自己組織化、Self-Organization と呼ぶ。実際、二次元乱流の計算機シミュ

レーションをすると、**図2**で示すように、流線は時間とともに次第に整ったものになる (Lilly, 1969)。一方エンストロフィーを表す渦度、 $\nabla^2 \phi$ は乱れた形状を持つ。エネルギー・スペクトルを表す流線が整った形を持つようになるのはエンストロフィー・スペクトルがエントロピーの増大を担ってくれているからである。

図2は同じ乱流状態を観測する場合、これを流線 (エネルギー) で見るか、渦度 (エンストロフィー) で見るかで、整った形に見えたり、乱れた形に見えたりすることを表している。この結果は、ある系のエントロピーは、観測する物理量で大きくなって見えたり小さくなって見えたりすることを示しており、エントロピーを考える場合に大きな参考になる。中国の古典、荘子に「人間が絶世の美女と思う女性でも、彼女達が近づくと、鳥は高く飛び立ち、魚は深く潜る、いったい人間と動物のどちらが本当の美を知っているのだろう」といった文章がある。やはり、エントロピーは観測者がどのような物理量を見ているかによるものようである。エネルギー・スペクトルが自己組織化してきれいな形になるのは、現実には存在しない二次元流体にのみ存在するかと言えばそうではない。これに似たケースは他の、しかも現実存在する連続体に見られるのだ。これが磁場中プラズマの乱流や、先述の惑星の大気の動きである。磁場中プラズマの乱流の話は、3節に記すが、この内容はいささか専門的になるので、プラズマの専門以外の方は、この節を飛ばして4節に行っていただきたい。

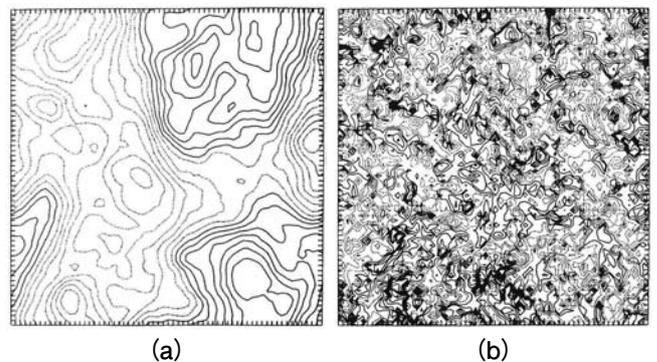


図2 Lilly (1969) による二次元乱流のシミュレーション結果 (a)は ϕ の等高線 (流線) (b)は $\nabla^2 \phi$ (渦度) の等高線を表す。乱流の自己組織化の結果流線は整った形になっているが、渦度は乱れた等高線を持っていることが分かる。

3. 磁場中の不均一プラズマの乱流と長谷川-三間方程式

さて、本論のプラズマ乱流に戻って話を進めよう。1977年頃、現在阪大名誉教授の三間先生がベル研究所の私の研究室にビジターとして滞在していた。この頃、同じベル研の仲間がプリンストン大学のドーナツ型のトカマックプラズマ中のドリフト波をレーザー散乱を用いて観測に行っていた。ドリフト波とは磁場中プラズマの密度の等高線（円周方向）に沿って伝搬する低周波の波で、プラズマの圧力勾配からエネルギーを得て成長すると考えられている。ドリフト波はプラズマの密度の変化を伴う波で、レーザーがこの密度変化によって散乱される模様を観測することにより波の性質を調べるという考えであった。実験結果は予想に反し、ドリフト波は観測されず、この波の周波数帯域を広範囲に覆う乱流状態のスペクトルが観測された。つまり、ドリフト波は強い乱流状態となっているというのだ。ドリフト波ではイオンは磁場に垂直方向の二次元の動きをするが、電子は質量が小さいため磁場方向に動き易く、イオンの作る静電ポテンシャルに引かれてボルツマン分布をすると考えられる。一方イオンの二次元の動きの作る渦流の対流は、二次元流体と同様、大きな非線形性を与え、この非線形性によるドリフト波の周波数シフトは、例えその振幅が極めて小さくてもドリフト波の周波数を上回ることが分かり、ドリフト波は常に乱流状態にあることを示すことが出来た。イオンの動きが磁場に垂直な面内の二次元、電子は軽いので磁場方向に自由に動く三次元運動をするドリフト波乱流は二次元流体のように非圧縮性ではなく、速度場の発散はプラズマ密度の擾乱を与える。しかしながら長谷川と三間（1978）が導いたプラズマの静電場 ϕ に対する時間発展式は (13) 式に似ていて

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla_{\perp}^2 \phi - \phi) - [(\nabla \phi \times \hat{z}) \cdot \nabla] \left[\nabla_{\perp}^2 \phi - \frac{1}{\varepsilon} \ln \left(\frac{n_0}{\omega_{ci}} \right) \right] = 0 \quad (16)$$

で与えられる。ここに n_0 はプラズマの平均密度、 ω_{ci} はイオンのサイクロトロン角周波数を表し、ともに円筒プラズマの場合、半径方向の関数である。また ∇_{\perp} は磁場 (z 方向) に垂直な方向の微分オペレータを表し、 ε は波の振幅と同時に波の周波数と ω_{ci} の比を表す小さなパラメータである。

(16) で興味あることは、この場合にも、プラズマ流体はエネルギー

$$W = \frac{1}{2} \iint [(\nabla_{\perp} \phi)^2 + \phi^2] dV \quad (17)$$

と、エンストロフィー

$$U = \frac{1}{2} \iint [(\nabla_{\perp} \phi)^2 + (\nabla_{\perp}^2 \phi)^2] dV \quad (18)$$

という2つの保存量を持っていることである。この結果、プラズマ乱流のエネルギースペクトルも、二次元流体に似て、波数の小さい方向に移動すると考えられる。円筒型のプラズマの場合、円周角方向の最も小さな波数はゼロ、即ち、円周方向に変化のないモードである。一方半径方向では、プラズマの表面でのポテンシャルがゼロとならねばならないから、半径方向に単調減少するか単調増大するモードが最も波数の小さいモードである。プラズマは (3) 式と同様、 ϕ の r 方向の勾配、即ち、半径方向の電場の大きさに比例した円周方向の速度を持つので、このモードはプラズマ全体を円周方向に回転させることになる。この結果、プラズマ全体が角運動を持つこととなり、(元々プラズマは回転してないので) 角運動量保存が成り立たなくなる。このため、角運動量の保存を考えると、許される最も小さな半径方向の波数を持つモードは、プラズマ内部にも一個零点を持つモードであると考えられる。こうしたモードは半径方向にシアをもつ円周方向に流れる帯状流を与える。この結果、磁場中プラズマの乱流は自己組織化し、円周方向の帯状流を作り出すと考えられる。

更に興味あることは、(16) 式が自転する惑星大気の動きを記述する流体方程式と数学的に同じ形をしている点である (Rossby, 1940)。惑星大気の場合、Coriolis の力が磁場の力、重力場が静電場に相当し、Coriolis の力が緯度方向に変化している事が静電磁場の空間変化に相当し、(16) 式の最後の項の密度勾配の代わりをする。この結果、(16) 式の密度勾配で作られるドリフト波は惑星大気では Coriolis の力の緯度方向の勾配で作られるロスビー波に相当する。

磁場中プラズマの静電場乱流を記述する長谷川-三間方程式 (16) が、非線形ロスビー波を記述する方程式と数学的な性質が同じとすれば、これらの式が記述する乱流の性質も似ていると想像される。木星の大気

の帯状流の存在は円筒プラズマでも同様な帯状流の発生を示唆する。惑星大気の運動では南北方向（緯度方向）が円筒プラズマでは半径方向に相当し、東西方向（経度方向）が円周方向に相当する。

実際、円筒プラズマでの電磁流体モデルを使った計算機シミュレーションでは円周方向に動く帯状流が発生する事が示された。図3はシミュレーション結果を乱流の流線（等ポテンシャル曲線）で示すものである（長谷川-若谷 1987）。この場合プラズマ乱流はプラズマの半径方向の圧力勾配とその方向の磁場の曲がりによって発生する強い乱流である。

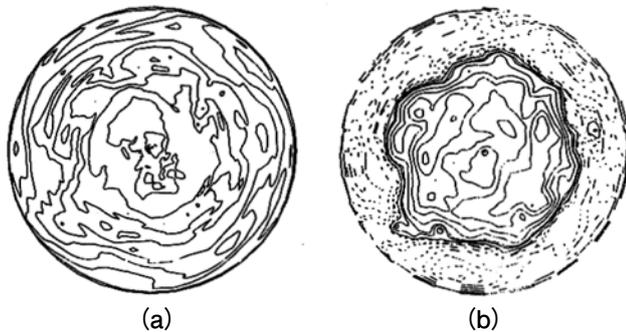


図3 電磁流体シミュレーションを用いて得られた円筒プラズマ断面での乱流模様。プラズマ中の静電ポテンシャルの等高線、即ちプラズマ流体の流線を表す。(a)は初期の流線、(b)は乱流が発達した後の流線を表す。破線は負のポテンシャル、実線は正のポテンシャルを表す。

面白いことに、乱流は自己組織化の効果で (b) で示されるような比較的きれいな形の流線を持つようになり、半径方向のある面で $\phi = 0$ の閉じた等高線を持つようになる。この結果プラズマ中の半径方向のポテンシャルの値は図4で示すように2つの山を持つ。プラズマはこのポテンシャルの半径方向の勾配に比例して円周方向に流れるので、プラズマの円周方向の流れは帯状になっていることが分かる。この図で実線は自己組織化の理論から得られるポテンシャルの形を示す。

こうして磁場中のプラズマ乱流は自己組織化し、木星と同様帯状流を生み出す事が分かった。それではこうして作られる帯状流が、プラズマの閉じ込めにどのような役目を果たすかを考えよう。

4. 帯状流によるプラズマの異常拡散の低減

プラズマ中に発生する乱流はプラズマの異常拡散を誘発し、プラズマの熱の閉じ込めに支障をきたすと考え

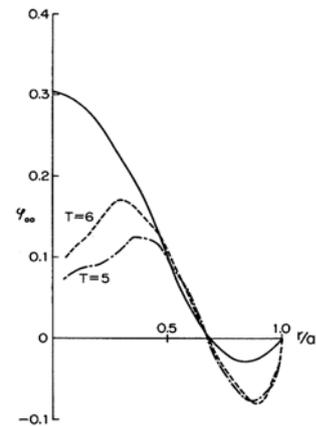


図4 円筒プラズマの乱流が作る半径方向の静電ポテンシャル。プラズマはこのポテンシャルの勾配に比例して円周方向に流れるため、円周方向に帯状流が発生する。

られている。しかし、もし乱流が自己組織化し、その結果円周方向に帯状流が作られ、これが異常拡散を抑える働きをするならば、正に「毒をもって毒を制する」の例えの通り、乱流が良い働きをしてくれることになる。実際木星大気中に安定に存在する帯状流は乱流の渦が緯度方向に動くことを妨げている。プラズマ中の乱流も同じような働きをするだろうか？

この点に関し「イエス」という回答が近年多くのシミュレーション、理論、それに実験結果から得られはじめている。この結果、今年の欧州物理学会は我々にアルフヴェン賞を授賞することを決めたわけだ。

例えば、図5の最近のシミュレーション結果を見

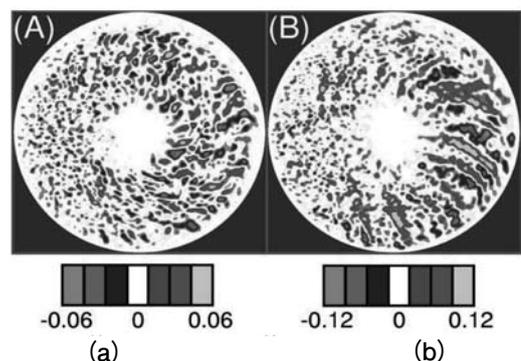


図5 キネティックコード（プラズマ粒子の軌道を追跡するコード）を用いて求めた流線の模様。帯状流が存在する場合 (a) と存在しない場合 (b)。帯状流が存在しない時には半径方向に細かい渦が存在し、これがプラズマの半径方向への異常拡散を生み出す。帯状流が存在するとこの渦が切れ切れになり、半径方向の異常拡散を妨げているのが分かる。(a)はシミュレーション結果、(b)は発生した帯状流を人為的に取り除いた時の流線の模様を表す (Lin et al 1998)。

ていただきたい。このシミュレーションは米国のスーパーコンピュータを用いてプラズマ粒子の振る舞いを解析したものである (Lin et al 1998)。

この図は数百万個の粒子モデルを用いた粒子シミュレーション (所謂キネティックコード) の結果を表し、流体モデルのシミュレーション (長谷川-若谷 1987) より精密な粒子の振る舞いを追いかけることができる。

図 5 (a) はシミュレーションの結果、得られた粒子軌道の模様である。この図でわかることは粒子が円周方向に大きな流れを伴っており、乱流の渦は半径方向に切れ切れになっていて、結果半径方向の拡散が起こり難しくなっていることである。これは発生した円周方向の帯状流の影響である。この事実を確かめる為に著者達は、帯状流を人為的に取り去り、粒子軌道を調べてみた。その結果は図 5 (b) に示す通り、半径方向に長く伸びる渦が発生し、これが半径方向の異常拡散を担っている事が分かる。これで帯状流がプラズマの異常拡散を妨げていることがよくわかる。

図 6 は別のシミュレーションでトロイダル磁場の曲線によってトラップされた電子が生み出す乱流による電子の熱伝導率の大きさを求めた結果を示すものである (Xiao et al 2010)。

この結果、帯状流がプラズマの熱の拡散を抑えていることが明白になった。正に磁場中プラズマの乱流は毒をもって毒を制する役割を果たすことが確認されたことになる。

結言

今回は少し難しいプラズマ乱流の話をした。数学的な内容はお分かりいただけなくとも、話の筋道はお分かりいただけただろう。磁場で閉じ込められたプラズマは半径方向に大きな圧力勾配を持つ。この結果、多種多様な不安定性が発生し、いろいろなモードが成長する。この結果磁場中プラズマは常に乱流状態にあり、これがプラズマの異常拡散を引き起こすと考えられて来た。ところが面白いことにこうして引き起こされた乱流は自己組織化し、円周方向に流れる帯状流を作ることが分かって来た。さらに面白いことは、プラズマ乱流自身がこしらえた帯状流はおのずからの異常拡散を低減する役割をすることが分かって来たことであ

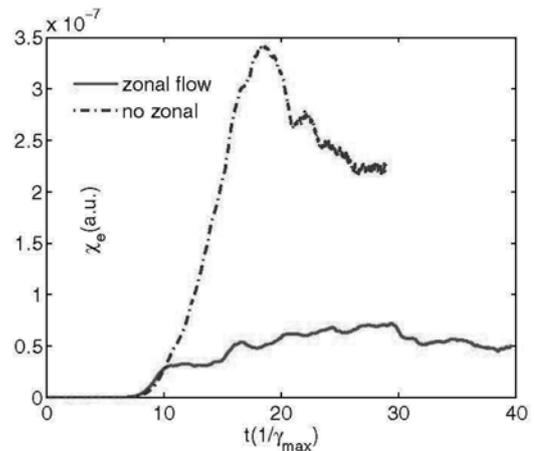


図 6 帯状流の存在が電子の熱伝導率 (縦線) を大きく低減している。(Xiao et al 2010)

る。毒をもって毒を制することが出来るのである。

長谷川-三間の理論は 1970 年代後半に誕生した。この理論が示すプラズマ乱流の自己組織化とこれによる帯状流の発生は、30 年以上たった今になり、初めてシミュレーションや実験で確認されるに至った。素粒子理論や天体物理学の理論の寿命が比較的短い (数十年) のに比べ、プラズマや流体などの古典物理の分野での理論は寿命が長い。これが古典物理学の学問としての価値であろう。

謝辞

今回の独り言は、著者がカリフォルニア大学アーバイン校に滞在中に仕上げたもので、ホスト役をし、多くの参考文献を提供してくれた当大学の Liu Chen 及び Zhihong Lin の両教授に感謝したい。

<参考文献>

- Kolmogorov, A. N. (1941), Dokl. Akad. Nauk SSR, 30, 301
- Lilly, D. K. (1969), Phys. Fluids, 12, 240
- Rossby, C. G. (1940), Q. J. Met. Soc., Supple. 66, 68
- Hasegawa, A and K. Mima (1978), Phys. Fluids, 21, 87
- Hasegawa, A. and M. Wakatani (1987), Phys. Rev. Lett. 59, 1581.
- Lin, Z., T. S. Hahn, W. W. Lee, W. M. Tang, and R. B. White (1998) Science, 281, 1837.
- Xio, Y, I. Holod, W. Zhang, S. Klasky and Z. Lin (2010), Phys. Plasmas, 17, 0122302.

(通信 昭和 32 年卒 34 年修士)